

# Introdução às Redes Neurais Artificiais

## Mapas Auto-Organizáveis

Prof. João Marcos Meirelles da Silva  
jmarcos@id.uff.br

Universidade Federal Fluminense

---

[www.latelco.uff.br](http://www.latelco.uff.br)

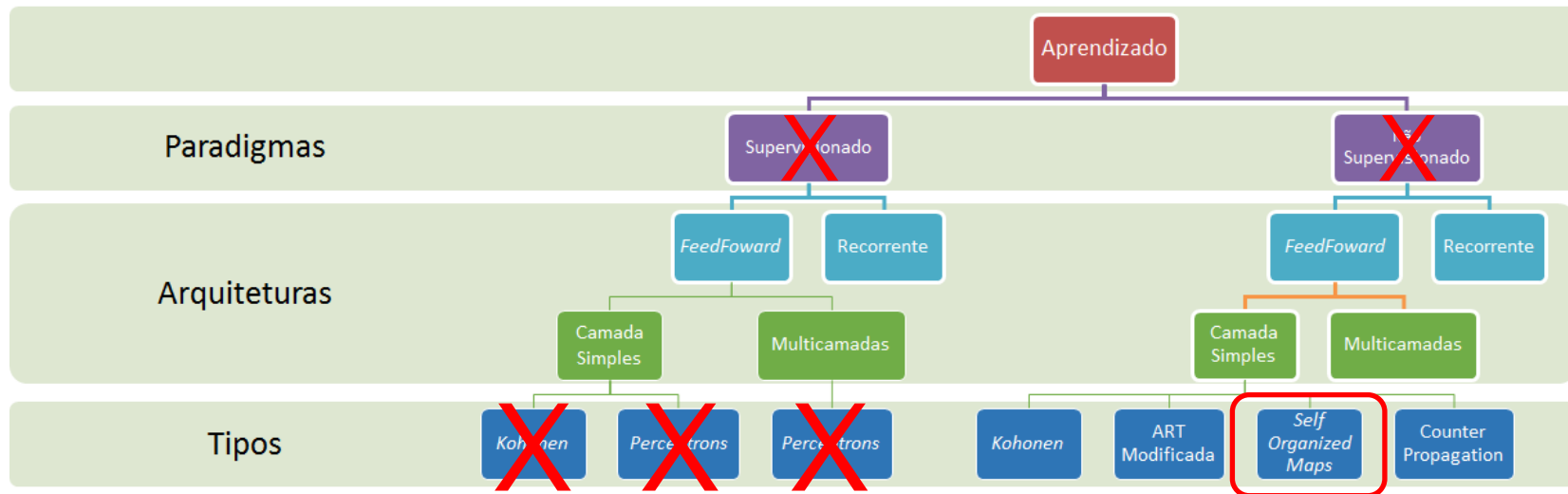
[www.professores.uff.br/jmarcos](http://www.professores.uff.br/jmarcos)

# Mapa de Aprendizado

Redução de Dimensionalidade

Tipos de Dados

Deteccção de Anomalias



# Sumário

1. Introdução
2. Principais Características
3. Espaços de Trabalho
4. Aprendizado e Algoritmo
5. Exemplo

# Introdução

- Redes de Aprendizado Competitivo: Padrões similares não permaneciam juntos;
- SOM ou Mapas de Kohonen: Padrões similares permanecem juntos, há uma transição "suave" entre classes;
- Utiliza os conceitos de camada competitiva e aprendizado não-supervisionado;
- Produz uma representação discretizada, geralmente em 2D, do espaço de entradas dos padrões de treinamento (mapa);

# Introdução

- Imita a organização do córtex cerebral;
- Utilizam uma função de vizinhança para preservar as propriedades topológicas do espaço de entrada;
- Útil para visualizar, em baixas dimensões, dados de grandes dimensões.

# Principais Características

- A rede mapeia altas dimensões em  $\mathbb{R}$  ou em  $\mathbb{R}^2$ :

$$f(\underline{x}): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^1$$

ou

$$f(\underline{x}): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^2$$

# Espaços de Trabalho

No treinamento de Kohonen, existem dois espaços à considerar:

1. O espaço das entradas  $\underline{x}$ : As entradas  $\underline{x}$  e as sinapses  $\underline{w}$  são definidas nesse espaço, e as distâncias  $d$  serão dadas por:

$$d_i = |\underline{x} - \underline{w}_i|$$

2. O espaço de competição  $M$ : O mapa auto-organizável de Kohonen, onde as *distâncias laterais*  $r$  entre os neurônios são definidas neste espaço.

$$\text{Neurônios } N_i \text{ e } N_j \Rightarrow r_{ji} = |j - i|$$

# Aprendizado em 3 fases:

1. Competição
2. Cooperação
3. Adaptação das Sinapses



# Aprendizado em 3 fases:

## 1. Competição

Seja:

- $\underline{X} = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$
- $w_j = [w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{jm}]^T, \quad j = 1, 2, \dots, m$

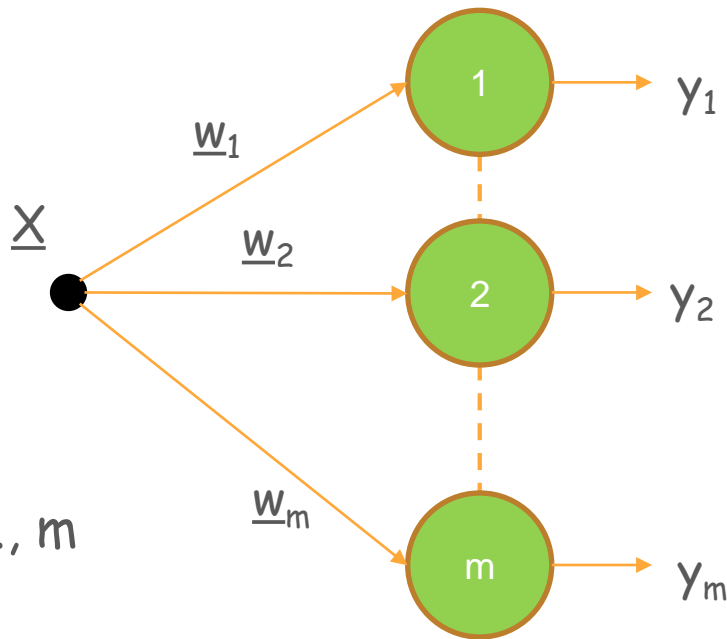


Figura 1: Rede de Kohonen.

**OBS:** Vence o neurônio cujo produto interno  $\underline{x}^T \cdot \underline{w}$  for maior, ou cuja distância Euclidiana for menor!

# Aprendizado em 3 fases:

## 2. Cooperação

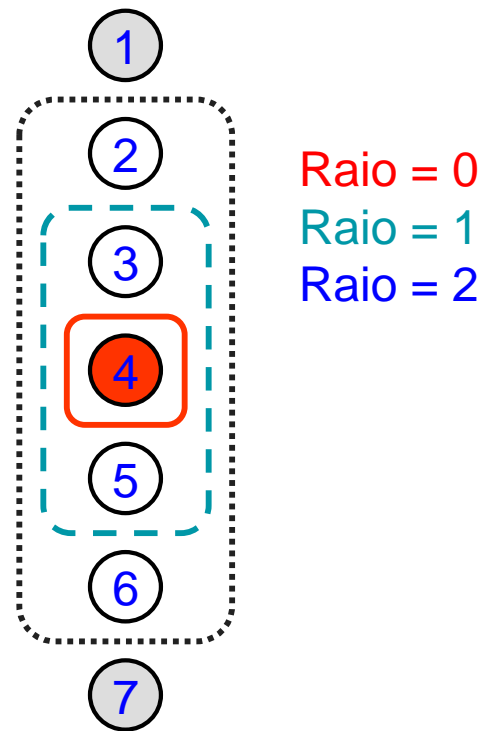
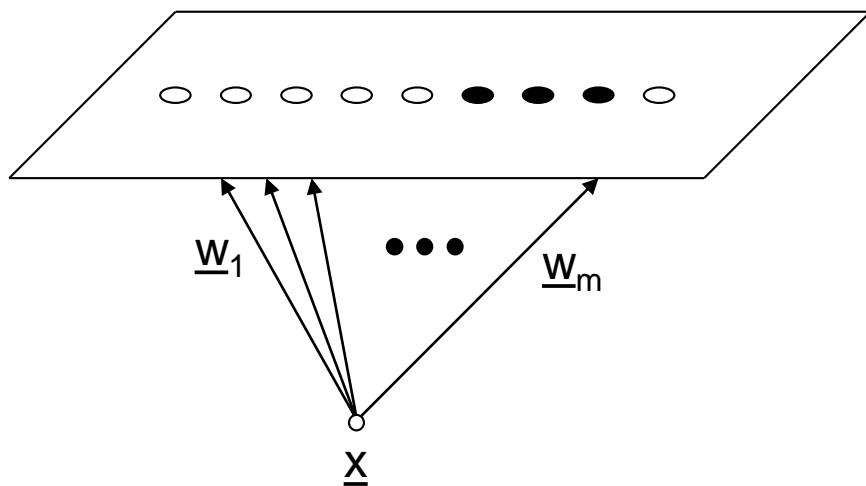


Figura 2: Rede SOM – Caso unidimensional.

# Aprendizado em 3 fases:

## 2. Cooperação

O neurônio vencedor dá a localização do centro de vizinhança topológica, definindo junto com o raio, quais serão os neurônios que irão cooperar.

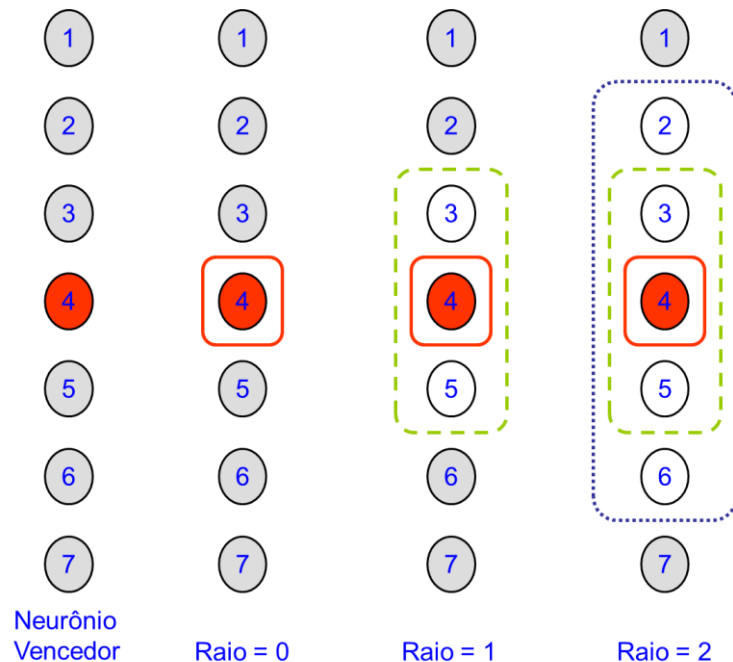


Figura 3: Definição de raio.

# Aprendizado em 3 fases:

## 2. Cooperação

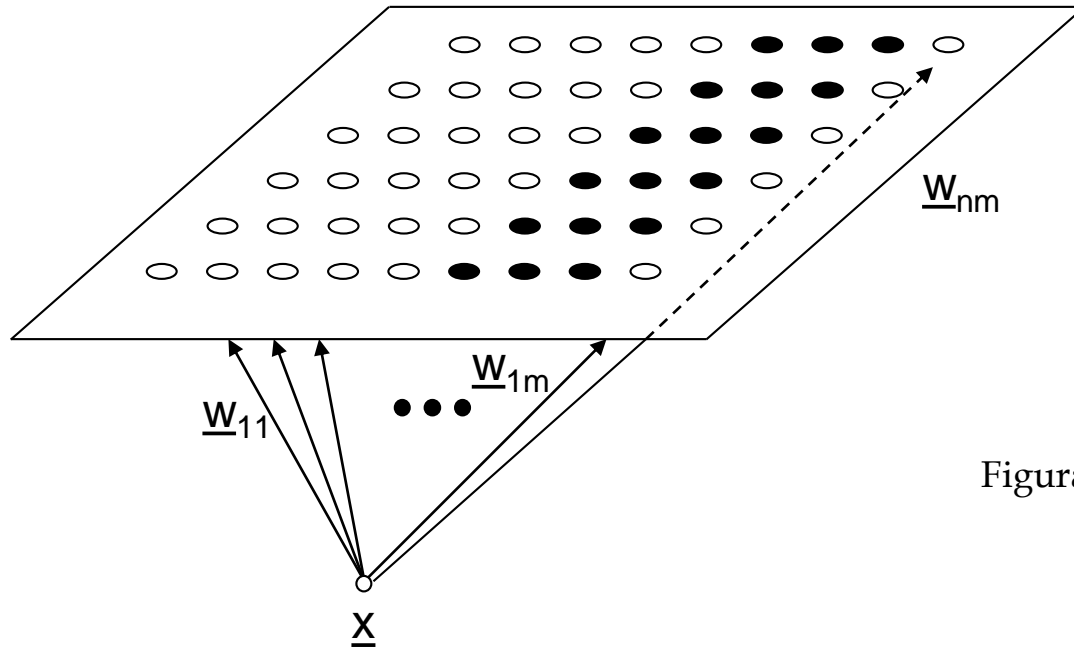


Figura 4: Rede SOM – Caso Bidimensional.

# Aprendizado em 3 fases:

## 2. Cooperação

Biologicamente falando, um neurônio que dispara tende a excitar mais os neurônios próximos dos que os que estão mais distantes;

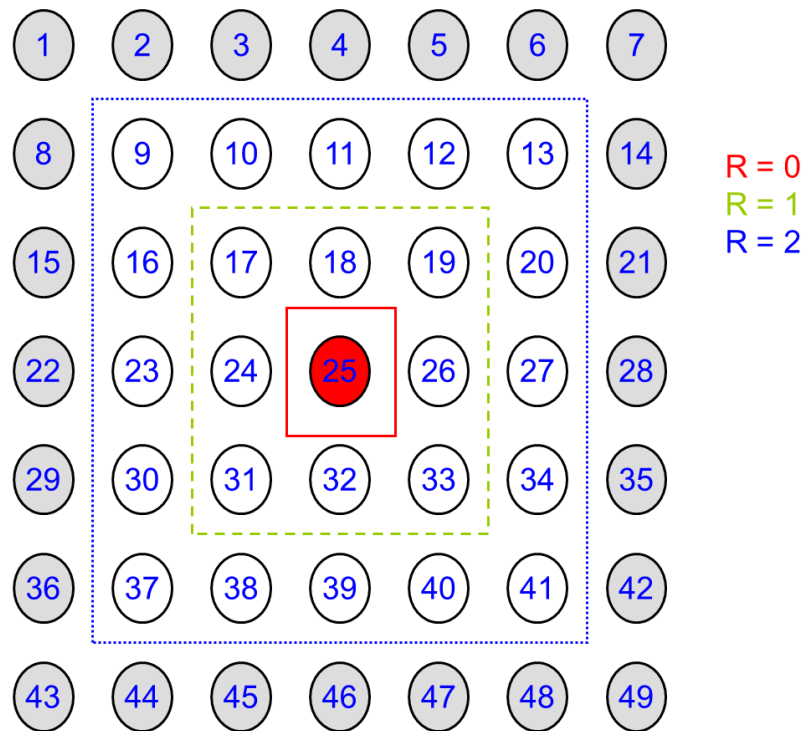


Figura 5: Rede SOM – Exemplo de topologia.

# Aprendizado em 3 fases:

## 2. Cooperação

Este conceito nos leva a pensar em uma vizinhança topológica ( $R$ ), em torno do neurônio vencedor  $i$ , que decai suavemente com a *distância lateral* ( $r_{ji}$ ).

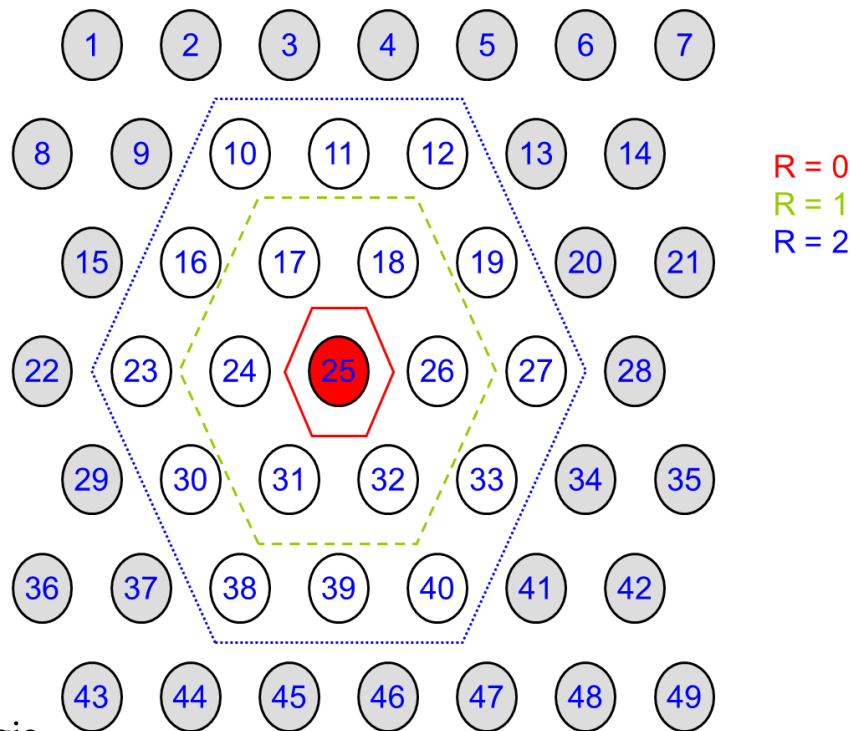


Figura 6: Rede SOM – Outro exemplo de topologia.

# Aprendizado em 3 fases:

## Definição do raio

Uma escolha típica para  $R$  é dada pela própria função Gaussiana, a qual é invariante à rotações, isto é, independe, da localização do neurônio:

$$R(n) = \exp\left(-\frac{r_{ji}^2}{2\sigma^2(n)}\right), \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

$$\sigma(n) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_1}\right)$$

O parâmetro  $\sigma$  é chamado de largura efetiva da vizinhança topológica,  $\sigma_0$  é o valor inicial e  $\tau_1$  é uma constante de tempo.

# Aprendizado em 3 fases:

## 3. Adaptação das Sinapses

A alteração das sinapses pode seguir um dos esquemas:

- a. O vencedor treina e os demais vizinhos dentro de  $R$  também, igualmente:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \alpha(n) | \underline{x} - \underline{w}_j(n) |$$

- a. O vencedor treina e os demais vizinhos dentro de  $R$  também, porém segundo a seguinte regra:

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \alpha(n) | \underline{x} - \underline{w}_j(n) |$$



# Algoritmo

Passo 1: Iniciar os pesos  $w_{ij}$

Passo 2: Iniciar os parâmetros topológicos de vizinhança

Passo 3: Iniciar taxa de aprendizado

Passo 4: Enquanto a condição de parada for FALSA:

    Passo 5: Para cada vetor  $x$  de treinamento, execute os passos 6 a 8:

        Passo 6: Para cada  $j$ , calcule:

$$d(j) = \sum (w_{ij} - x_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots$$

        Passo 7: Encontre o índice  $j$  para o qual  $d(j)$  é mínimo.

        Passo 8: Para todos os neurônios, vizinhos de  $j$ , dentro de uma distância menor ou igual a  $R$ :

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \alpha(x_i - w_{ij}(n))$$

# Algoritmo

Passo 9: Atualize a taxa de aprendizado

Passo 10: Reduza o raio de vizinhança

Passo 11: Teste a condição de parada

# Exemplo

- Mapa unidimensional
- $x$  unidimensional
- 8 neurônios
- $R = 2$
- $\alpha = 0,4$

$N_i, i =$	1	2	3	4	5	6	7	8
$W_i =$	0,2	0,5	0,1	0,9	0,6	0,5	0,8	0,2

Seja uma entrada  $x = 0,65$ :

$\Rightarrow$  Competição no espaço de entrada  $d(x, w_i)$  para  $i = 1, 2, \dots, 8$ .

# Exemplo

d	valor
$d_1$	0,45
$d_2$	0,15
$d_3$	0,55
$d_4$	0,25
<b><math>d_5</math></b>	<b>0,05</b>
$d_6$	0,15
$d_7$	0,15
$d_8$	0,45

Neurônio  $N_5$  é o vencedor !

- Vizinhos de  $N_5$  para  $R = 2$  no mapa:  $N_3, N_4, N_6, N_7$
- Atualização das sinapses:  $w_3, w_4, w_5, w_6$  e  $w_7$

# Exemplo

$$w_j(2) = (1 - \alpha)w_j(1) + \alpha x = 0,6w_j(1) + 0,26; \quad j = 1, 2, \dots, 8.$$

$N_i, i =$	1	2	3	4	5	6	7	8
$W_i(1) =$	0,2	0,5	0,1	0,9	0,6	0,5	0,8	0,2
$W_i(2) =$	0,2	0,5	0,32	0,80	0,62	0,56	0,74	0,2

Observe que todos os pesos que foram alterados se aproximaram da entrada e entre si!

# Exemplo

Exemplo de mapa de contexto (arquivo wpi-soms):

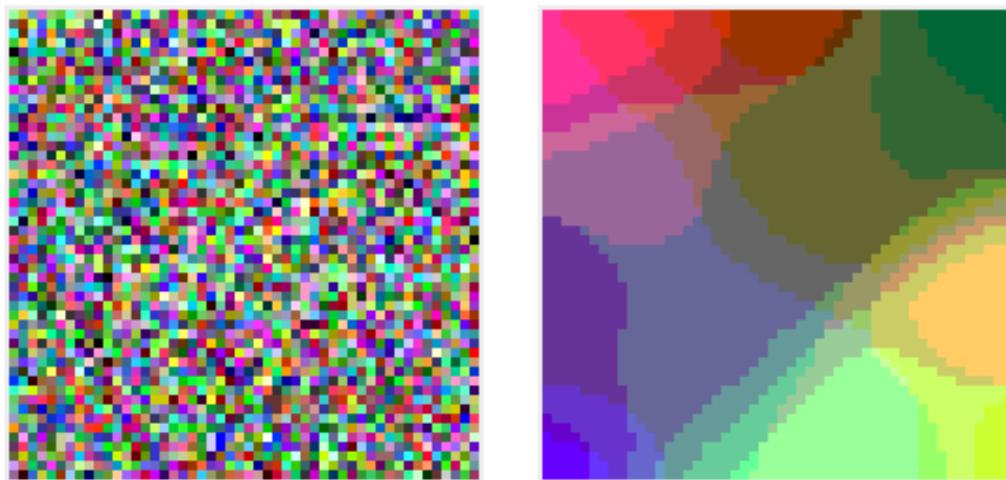
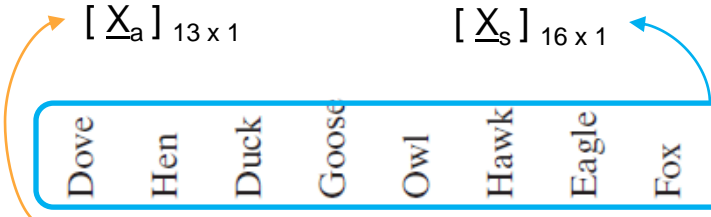


Figura 7: (a) Antes do treinamento (b) Depois do Treinamento

# Exemplo



The diagram shows two context vectors,  $[X_a]_{13 \times 1}$  and  $[X_s]_{16 \times 1}$ , represented by blue arrows pointing to the first column of the table. The first column contains the names of 16 animals: Dove, Hen, Duck, Goose, Owl, Hawk, Eagle, Fox, Dog, Wolf, Cat, Tiger, Lion, Horse, Zebra, and Cow. The vector  $[X_a]$  is associated with the first 13 animals, and  $[X_s]$  is associated with the last 16 animals.

Animal	Dove	Hen	Duck	Goose	Owl	Hawk	Eagle	Fox	Dog	Wolf	Cat	Tiger	Lion	Horse	Zebra	Cow
is $\left\{ \begin{array}{l} \text{small} \\ \text{medium} \\ \text{big} \end{array} \right.$	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
has $\left\{ \begin{array}{l} \text{2 legs} \\ \text{4 legs} \\ \text{hair} \\ \text{hooves} \\ \text{mane} \\ \text{feathers} \end{array} \right.$	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
likes to $\left\{ \begin{array}{l} \text{hunt} \\ \text{run} \\ \text{fly} \\ \text{swim} \end{array} \right.$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 8: Outro exemplo de mapas de contexto - Extraído do livro do Haykin.

# Exemplo

- Treinamento:

$\underline{X}_a$  = vetor coluna de  $13 \times 1$  (atributos)

$\underline{X}_s$  = vetor coluna de  $16 \times 1$  (espécies)

$X = [\underline{X}_a; \underline{X}_s]^T$  : Vetor de entrada para a rede SOM

- Teste:

$X = [\underline{X}_s; 0]^T$



# Exemplo

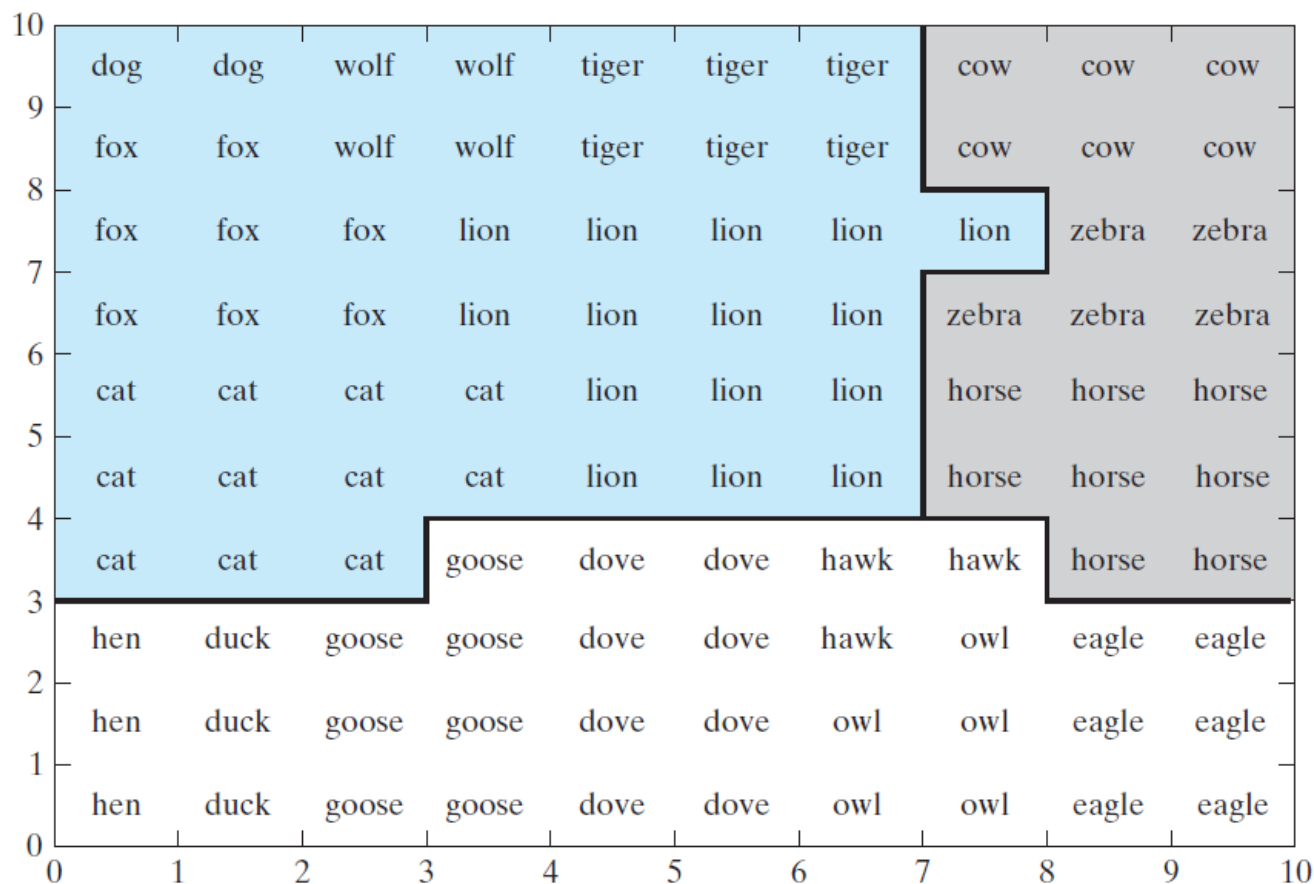


Figura 9: Resultado da Clusterização.

# Exemplo

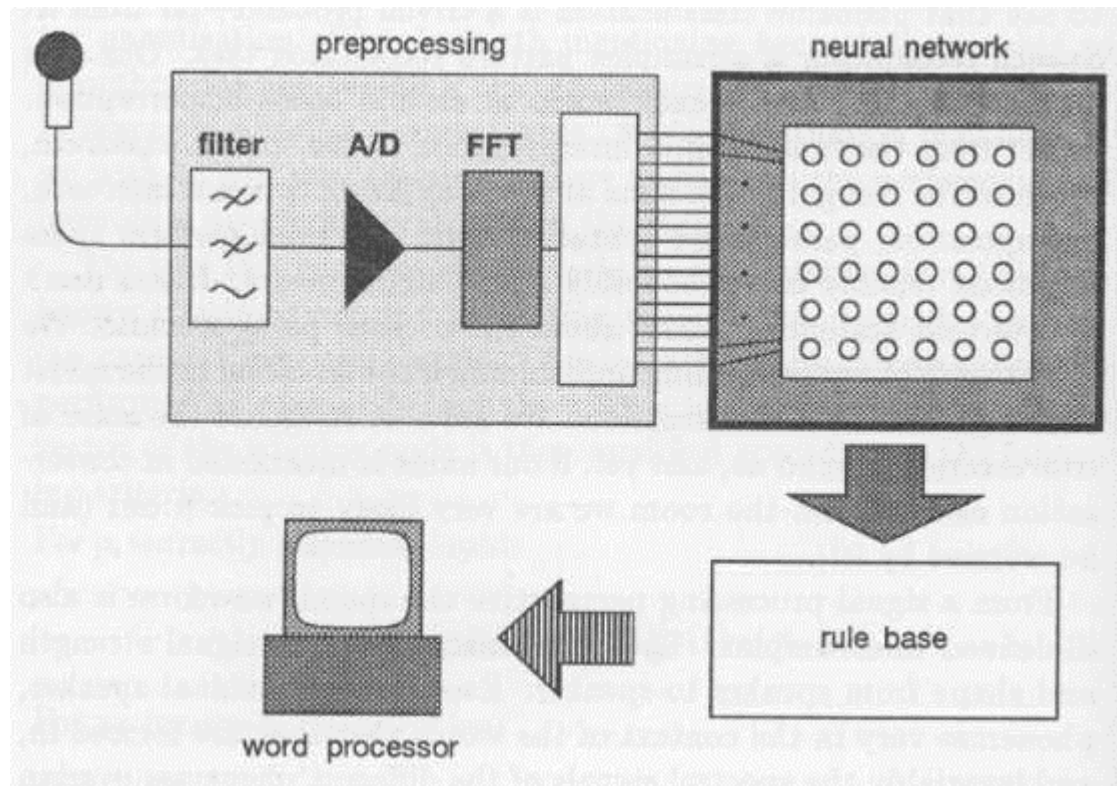


Figura 10: Máquina de escrever fonética.

# Exemplo

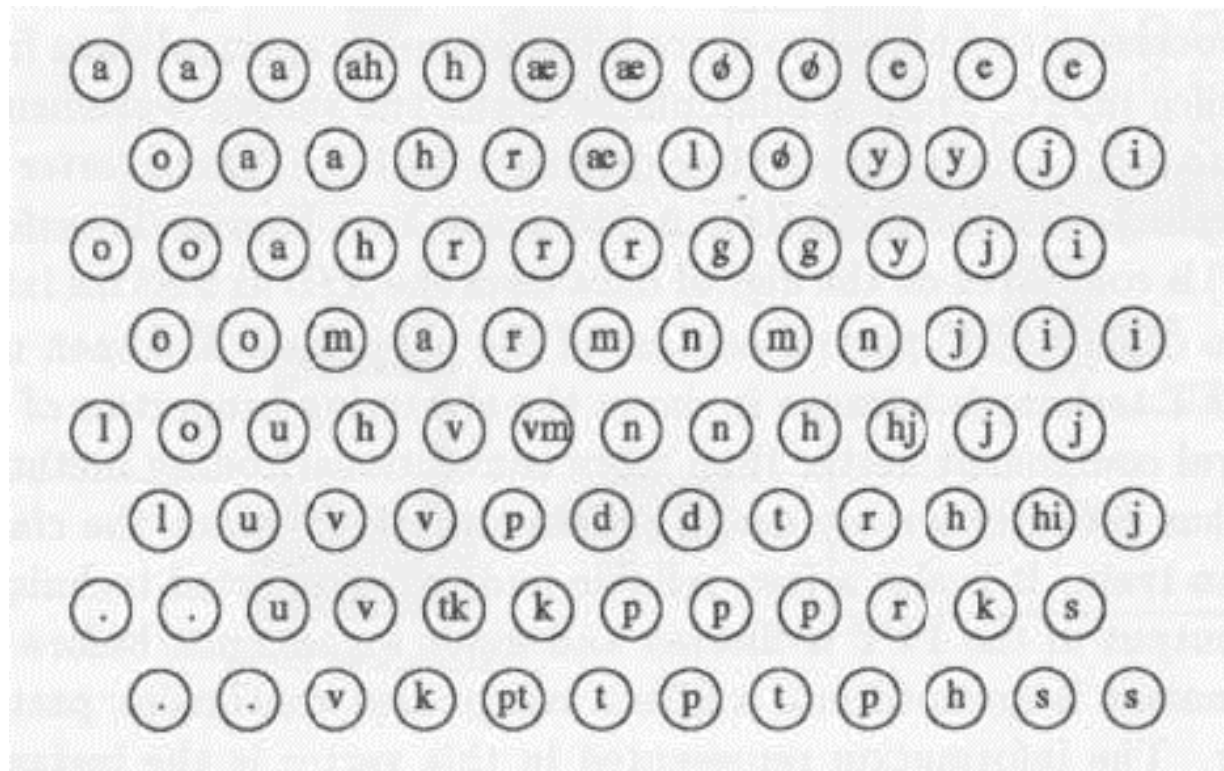


Figura 11: Mapa fonotópico.

# Exemplo

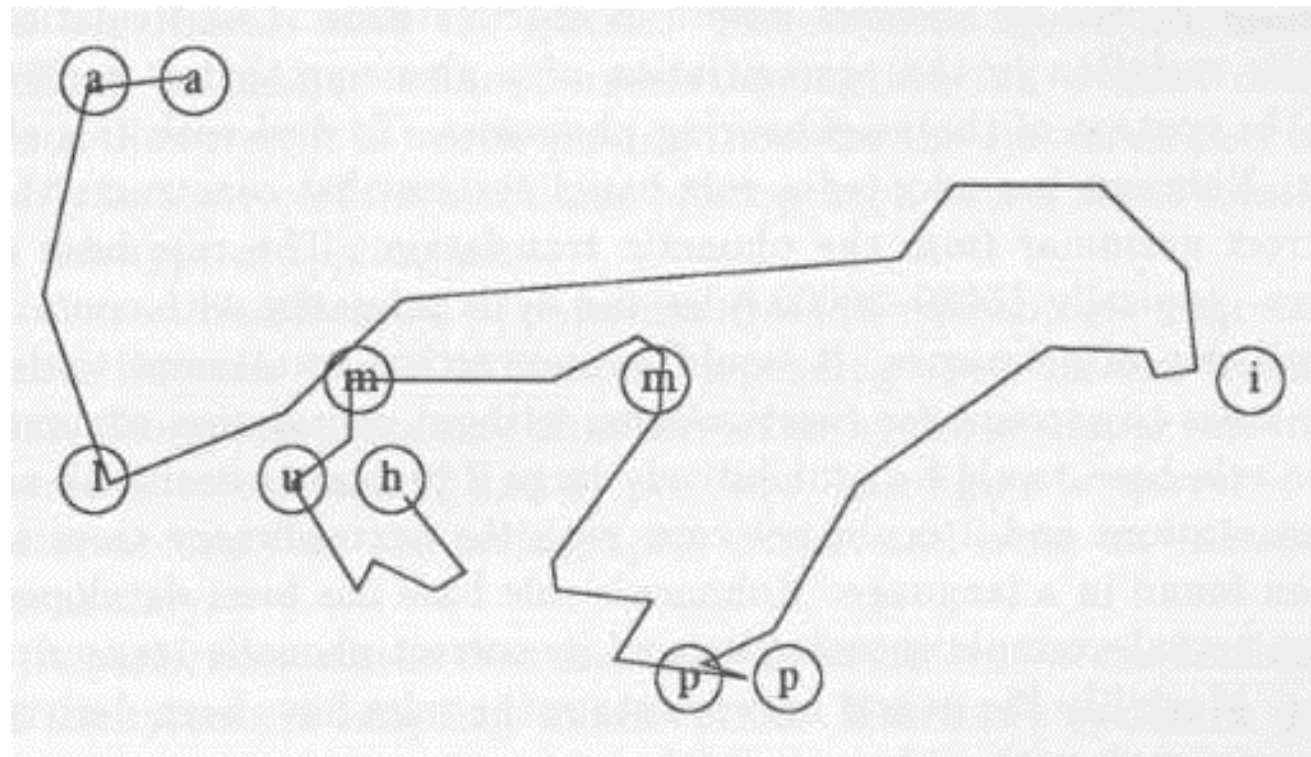


Figura 12: Sequência fonética.

# Considerações Finais

Há basicamente duas formas de visualizarmos as redes SOM:

1. O mapa é visto como uma rede elástica (uni ou bidimensional) com os vetores de pesos sinápticos ( $w$ ) representados como pontos e, entre os vizinhos, através de conexões;
2. Nomes de classes são associados a neurônios em uma rede bidimensional. Após o treinamento, algumas regiões são apresentadas onde o caminho entre o ponto A e o ponto B mostra a afinidade entre os dados. Esta forma de apresentação é comumente chamada de **mapas de contexto** ou **mapas semânticos**.

# PRÁTICA

Implementar o script Python para o exemplo:

[illegible]

# Referências

1. *Neural Networks and Learning Machines*, 3rd. Edition, Simon Haykin
2. *Fundamental of Neural Networks - Architectures, Algorithms and Applications*, Laurene Fausett
3. *Pattern Classification*, Richard O. Duda, Peter E. Hart, David G. Stork